

Автономная некоммерческая организация профессионального образования
«Байкальский институт профессионального образования»

УТВЕРЖДАЮ
Директор, доцент
Спиридонова Е.В.
«12» апреля 2021 г.

Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Специальность 38.02.04 Коммерция (по отраслям)

Уровень подготовки: базовый

Квалификация: Менеджер по продажам

Иркутск, 2021

Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине ЕН.01 Математика разработан в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 38.02.04 Коммерция (по отраслям), утвержденного Министерством образования и науки РФ от 15.05.2014 г. приказ № 539, зарегистрированного Министерством юстиции РФ (рег. № 32855 от 25.06.2014 г.) и рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика

Организация-разработчик: АНО ПО «Институт дополнительного образования и профессионального обучения»

Разработчик: Цыдыпова Надежда Абидуевна, преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке
3. Оценка освоения учебной дисциплины
4. Контрольно-оценочные материалы для аттестации по учебной дисциплине

1. Паспорт комплекта оценочных средств

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности: 38.02.04 «Коммерция (по отраслям)» и программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме зачета.

КОС разработаны на основании положений:

- основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки ППССЗ 38.02.04 «Коммерция (по отраслям)» и программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения контроля и промежуточной аттестации в форме зачета.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся **должен уметь:**

решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся **должен знать:**
значение математики в профессиональной деятельности и при освоении программа подготовки специалистов среднего звена;

основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

основы интегрального и дифференциального исчисления.

Обладать **общими компетенциями**, включающими в себя способность:

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Обладать **профессиональными компетенциями**, соответствующими основным видам профессиональной деятельности по организации и управлению торгово-сбытовой деятельности, организовывать и проводить экономическую и маркетинговую деятельность; по управлению ассортиментом, оценке качества и обеспечение сохраняемости товаров:

ПК 1.8. Использовать основные методы и приемы статистики для решения практических задач коммерческой деятельности, определять

статистические величины, показатели вариации и индексы.

ПК 2.1. Использовать данные бухгалтерского учета для контроля результатов и планирования коммерческой деятельности, проводить учет товаров (сырья, материалов, продукции, тары, других материальных ценностей) и участвовать в их инвентаризации;

ПК 2.9. Применять методы и приемы анализа финансово-хозяйственной деятельности при осуществлении коммерческой деятельности, осуществлять денежные расчеты с покупателями, составлять финансовые документы и отчеты.

ПК 3.7. Производить измерения товаров и других объектов, переводить внесистемные единицы измерений в системные.

3. Оценка освоения учебной дисциплины

Результаты обучения	Формы и методы оценки
Умения	
Формировать методы математического анализа при решении профессиональных задач	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Применять правила дифференцирования для решения задач профессиональной направленности	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Применять правила интегрирования для решения задач профессиональной направленности	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Вычислять вероятности случайных величин, их числовые характеристики	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
По заданной выборке строить	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
эмпирический ряд, гистограмму	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль

Вычислять статистические параметры распределения	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Работать с носителями информации	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Знания	
Основные понятия математического анализа	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Основные понятия и методы линейной алгебры	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Основные понятия и правила дифференциального исчисления	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Основные понятия комбинаторики и теории вероятностей	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Приемы решения задач математической статистики.	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Основные понятия теории комплексных чисел	Тестирование, работа с литературой, контрольные упражнения, контрольные задания, самостоятельная работа, самоконтроль
Результаты (освоенные общие компетенции)	Формы и методы контроля и оценки
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их Эффективность и качество.	Интерпретация результатов наблюдений за деятельностью обучающегося в процессе освоения образовательной программы
Результаты (освоенные профессиональные компетенции)	Формы и методы контроля и оценки
ПК 1.8. Использовать основные методы и приемы статистики для решения практических задач коммерческой	

деятельности, определять статистические величины, показатели вариации и индексы. ПК 2.1. Использовать данные бухгалтерского учета для контроля результатов и планирования коммерческой деятельности, проводить учет товаров (сырья, материалов, продукции, тары, других материальных ценностей) и участвовать в их инвентаризации; ПК 2.9. Применять методы и приемы анализа финансово-хозяйственной деятельности при осуществлении коммерческой деятельности, осуществлять денежные расчеты с покупателями, составлять финансовые документы и отчеты. ПК 3.7. Производить измерения товаров и других объектов, переводить внесистемные единицы измерений в системные.	Тестирование, работа со словарями и справочной литературой, выполнение заданий самостоятельной и практической работы, составление тематического конспекта, самоконтроль.
--	---

4. Контрольно-оценочные материалы для аттестации по учебной дисциплине

4.1. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа 1. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через данную точку, уравнение прямой в отрезках, угол между двумя прямыми, взаимное расположение двух прямых на плоскости, расстояние от точки до прямой.

Самостоятельная работа 2. Уравнения линии на плоскости: определение линии на плоскости, уравнение линий

Самостоятельная работа 3. Кривые второго порядка: уравнение окружности, параболы

Самостоятельная работа 4. Исследование кривых второго порядка: эллипс, гипербола

Самостоятельная работа 5. Производная и ее приложения: определение производной, основные правила дифференцирования, таблицы основных формул дифференцирования, производные элементарных функций, производные сложных функций, производные первого, второго и высшего порядков, физический смысл второй производной, дифференциалы высших порядков. Примеры применения производной в управлении качеством

Самостоятельная работа 6. Нахождение производных функций : техника

дифференцирования, производная сложной функции

Самостоятельная работа 7. Неопределенный и определенный интегралы и их свойства: первообразная, неопределённый интеграл, свойства неопределенного интеграла, таблица основных интегралов, метод подстановки, замена переменных, интегрирование по частям, понятие определенного интеграла, задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница.

Самостоятельная работа 8. Применение определенного интеграла к вычислению объемов и площадей: понятие криволинейной трапеции, геометрический смысл определенного интеграла, способы вычисления площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла, примеры применения интеграла в физике и геометрии

Самостоятельная работа 9. Применение интеграла в физике и технике: примеры, решение задач

Самостоятельная работа 10. Числовые ряды: основные понятия, ряды с положительными членами, знакочередующиеся ряды, абсолютная и условная сходимость, функциональные ряды, область сходимости функционального ряда, равномерная сходимость функционального ряда.

Самостоятельная работа 11. Степенные ряды: область сходимости, свойства степенных рядов, разложение функций в степенные ряды, ряд Тейлора, ряд Маклорена, разложение основных элементарных функций в степенные ряды, приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.

Самостоятельная работа 12. Дифференциальные уравнения: задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям, дифференциальные уравнения первого порядка, общие решения и начальные условия, дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Самостоятельная работа 13. Решение дифференциальных уравнений: дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными

Самостоятельная работа 14. Дифференциальные уравнения второго порядка: линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, характеристические уравнения, частные и общие решения.

Самостоятельная работа 15. Решение задач с помощью дифференциальных уравнений

Самостоятельная работа 16. Основные понятия теории вероятностей: понятие события, понятие вероятности события, достоверные и невозможные события, классическое определение вероятности, теорема сложения вероятностей, теорема умножения вероятностей.

Самостоятельная работа 17. Решение задач на нахождение вероятностей событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей

Самостоятельная работа 18. Закон распределения случайной величины: случайная величина, дискретная и непрерывная случайные величины, закон распределения случайной величины.

Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение случайной величины, понятие о

4.2. Контрольная работа

Вариант 1

Задача 1. В поселке имеется 6 производственных предприятий, 8 магазинов и 4 банка. Вероятность того, что имеется свободная вакансия бухгалтера равна: 0,4 для предприятия, 0,3 для магазина, 0,6 для банка.

- 1) Найти вероятность того, что в поселке имеется свободная вакансия бухгалтерия.
- 2) Известно, что в поселке есть свободная вакансия бухгалтера. Найти вероятность того, что эта вакансия – в банке.

Задача 2. Путем длительных наблюдений установлено, что в данной местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Что вероятнее: из 6 наудачу взятых дней сентября будет два или три дождливых дня?

Задача 3. Нарушение правил дорожного движения приводит к аварии с вероятностью 0,01. Найти вероятность попасть в аварию хотя бы один раз при 100 нарушениях.

Задача 4. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают шары до тех пор, пока не появится белый шар. Составить закон распределения случайной величины X - числа извлеченных шаров. Найти:

А) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$

Б) функцию распределения $F(X)$,

В) вероятность $P(X > 2)$.

Задача 5. Размер вклада клиента сберегательного банка – случайная величина, распределенная по биномиальному закону с математическим ожиданием $M(X) = 15$ тыс. руб. и дисперсией $D(X) = 0,4$. Необходимо:

- 1) Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что размер вклада наудачу взятого вкладчика будет заключен в границах от 14 до 16 тыс. руб.;
- 2) Найти вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа;
- 3) Пояснить различие результатов

Вариант 2

Задача 1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 1500 участников соревнования было отобрано 100 человек. Их распределение по числу набранных баллов дано в таблице:

Число набранных баллов	52-56	56-60	60-64	64-68	68-72	72-76	Итого
Число участников	9	11	19	30	21	10	100

Найти:

А) границы, в которых с вероятностью 0,9861 будет находиться среднее число набранных баллов для всех участников соревнований;

Б) вероятность того, что доля всех участников соревнований, набравших не менее 68 баллов, отличается от доли таких участников в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине);

В) объем выборки, при котором те же границы для среднего числа участников (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

Задача 2.

По данным задачи 1, используя χ^2 – критерий Пирсона, на уровне значимости $L=0,5$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – число набранных баллов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Задача 3.

В таблице приведено распределение 120 коров по дневному надою Y (в кг) и жирности X (в %):

X/Y	7	9	11	13	15	итого
3,3				8		8
3,5			2	16	8	26
3,7		4	16	10	2	32
3,9	2	6	10	2		20
4,1	8	6	20			34
итого	10	16	48			120

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_i$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент жирности молока для коров, дневной удой которых составляет 12 кг.

Вариант 3

Задача 1

Независимые случайные величины X, Y, Z могут принимать только целые значения: X и Y – от 1 до 21 с вероятностью $1/21$, а Z только значения 5 и 10, при этом $P(X = 5) = 3/10$. Найдите вероятность $P(X < Y < Z)$

Задача 2

Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей

X	1	4	7
p	0,4	0,4	0,2

Найдите дисперсию $D(X)$.

Задача 3

Вероятность выигрыша 20 рублей в одной партии равна 0,7, вероятность проигрыша 10 рублей равна 0,1, а вероятность проигрыша 70 рублей равна 0,2. Найдите дисперсию капитала игрока после 5 партий

Задача 4

Случайные величины $X_1, \dots, X_{245}$ независимы и распределены по биномиальному закону с параметрами $n=5, p=3/7$. Найдите математическое ожидание $E((X_1 + \dots + X_{245})^2)$

Задача 5

Случайные величины $X_1, \dots, X_6$ независимы и распределены по закону Пуассона с одинаковым математическим ожиданием, равным 2. Найдите математическое ожидание $E(X_1^2 + \dots + X_6^2)$

4.3. Практическая работа

Практическая работа № 1 Простейшие задачи в координатах

Цель: Оработка умений решать простейшие задачи в координатах, находить углы между векторами.

Последовательность выполнения работ

1. Изучение теоретического материала;
2. Выполнение задания для самостоятельной работы. Тест.

Краткая теория:

Декартовы координаты вектора в пространстве

Ключевые слова: вектор, координаты, длина вектора

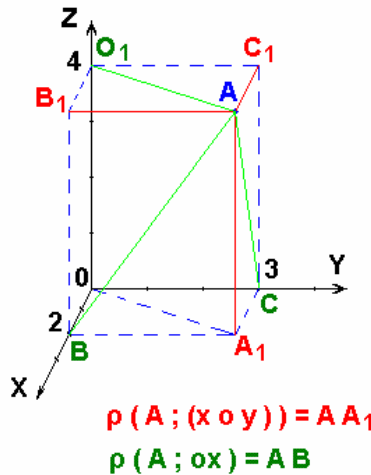
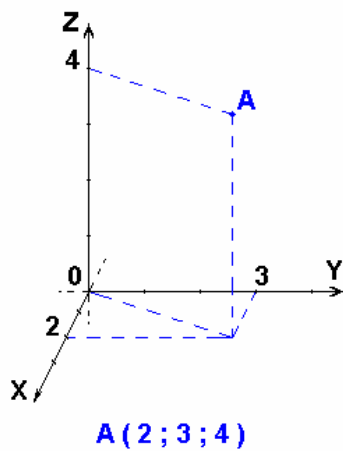
Прямые x, y, z называются **координатными осями** (или осями координат), точка их пересечения O – началом координат, а плоскости xOy, xOz и yOz – **координатными плоскостями**. Точка O разбивает каждую координатную ось на две полупрямые, которые называются **положительной и отрицательной полуосями**.

Координатой точки A по оси x будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка OA_x : положительное, если точка A лежит на

положительной полуоси x , и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси.

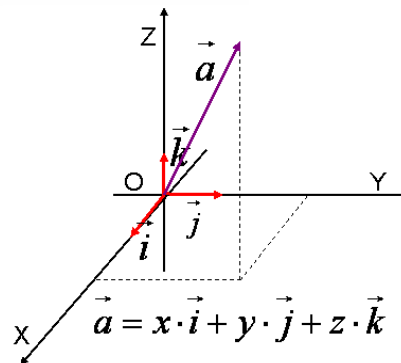
Аналогично можно определить координаты y и z точки A . Координаты точки A записываются в скобках рядом с названием этой точки: $A(x; y; z)$.

Декартовы координаты в пространстве



Единичным

вектором или **ортом** называется вектор, длина которого равна единице и который направлен вдоль какой-либо координатной оси.



Свойства векторов, заданных координатами

- Координаты нулевого вектора равны нулю.
- Координаты равных векторов соответственно равны.
- Координаты вектора суммы двух векторов равны сумме соответствующих координат этих векторов.
- Координаты вектора разности двух векторов равны разностям соответствующих координат этих векторов.
- Координаты вектора произведения данного вектора на число равны произведениям соответствующих координат этого вектора на данное число.

Простейшие задачи в координатах.

1. Координаты середины отрезка.

Пусть даны точки $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$ и точка $C(x; y; z)$, являющаяся серединой отрезка AB . Тогда

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

2. Вычисление длины вектора по его координатам.

$$a\{x;y;z\} \quad |a| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

3. Расстояние между двумя точками.

Расстояние между двумя точками $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Углы между векторами и прямыми.

Пусть даны два вектора

$$a\{x_1; y_1; z_1\}, b\{x_2; y_2; z_2\}.$$

Тогда косинус угла между данными векторами вычисляется по формуле:

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Задания для самостоятельной работы. Тест.

1. Дано: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b} = \{-3; 1; 2\}$; $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

Найти: координаты $\vec{c}$.

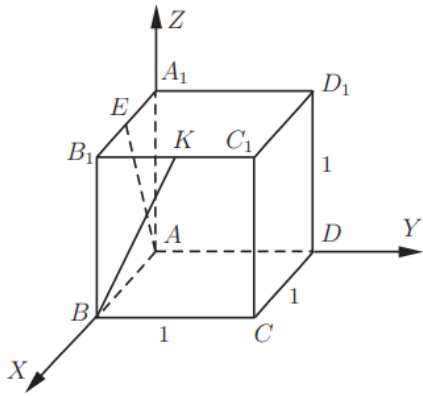
а) $\{17; -9; -6\}$ б) $\{15; 9; -7\}$ в) $\{-17; 9; 5\}$ г) $\{19; 9; -8\}$

2. Дано: $A(2; -1; 0)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(1; 1; 4)$; $\overrightarrow{CD} = -2 \overrightarrow{AB}$.

Найти: координаты точки D.

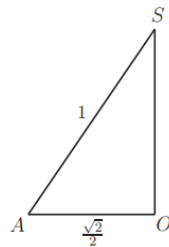
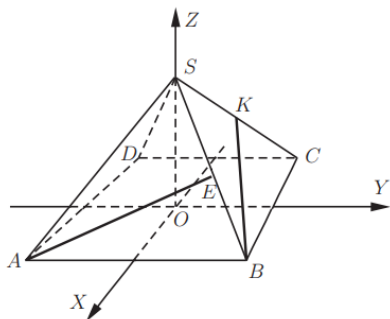
а) $(10; -7; 3)$ б) $(11; -5; 2)$ в) $(12; 5; 1)$ г) $(9; 6; -4)$

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E и K — середины ребер соответственно $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK.



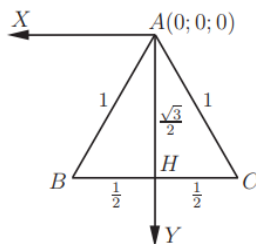
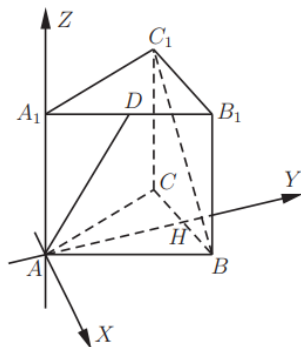
- а) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$; б) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; в) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$.

4. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, точки E, K — середины ребер SB и SC соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK .



- а) $\frac{1}{6}$ б) $\frac{2}{5}$ в) $\frac{1}{5}$ г) $\frac{3}{4}$

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, точка D — середина ребра A_1B_1 . Найдите косинус угла между прямыми AD и BC_1 .



- а) $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ б) $\frac{3\sqrt{10}}{22}$ в) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ г) $\frac{2\sqrt{5}}{7}$

Практическая работа № 2

Кривые второго порядка

Цель: Научиться составлять уравнения кривых второго порядка.

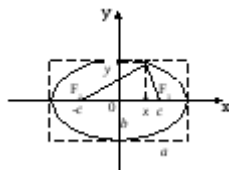
Последовательность выполнения работы:

1. Изучение теоретического материала;
2. Выполнение задания для самостоятельной работы. Тест.

Краткая теория

1. **Эллипс.** *Эллипсом называется геометрическое место точек плоскости, для каждой из которых сумма расстояний до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная и большая, чем расстояние между фокусами.*

Обозначим F_1 и F_2 - фокусы эллипса. Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка эллипса. Отрезки F_1M и F_2M называются фокальными радиусами точки M .



Обозначим $F_1M + F_2M = 2a$, $F_1F_2 = 2c$. Из определения эллипса следует, что $2a > 2c$, т.е. $a > c$. Так как $F_1F_2 = 2c$, то $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$. Следовательно, найдём длины фокальных радиусов $F_1M = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ и $F_2M = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$. Тогда

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Это уравнение является уравнением эллипса. После его преобразований можно получить более простое уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

которое называется **каноническим уравнением эллипса**. В этом уравнении $b^2 = a^2 - c^2$.

Если фокусы эллипса находятся на оси Ox , то $a > b$. В этом случае a называется большой полуосью эллипса, а b – малой полуосью. Отношение $\varepsilon = \frac{c}{a}$ называется **эксцентриситетом эллипса** и характеризует его форму.

Если в уравнении эллипса $b=a$, то оно преобразуется в уравнение $x^2 + y^2 = a^2$, которое является уравнением окружности радиуса a с центром в начале координат.

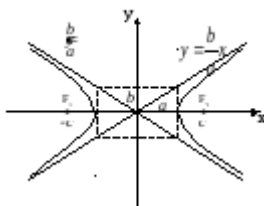
Пример 1. Составить уравнение эллипса, большая ось которого совпадает с осью Ox и равна 10, а расстояние между фокусами равно 8.

Решение. По условию $a=5, c=4$. Тогда $b^2 = 5^2 - 4^2 = 9$. Каноническое уравнение

эллипса имеет вид $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

2. Гипербола

Гиперболой называется геометрическое место точек плоскости, для каждой из которых абсолютное значение разности расстояний до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная и меньшая, чем расстояние между фокусами.



Обозначим F_1 и F_2 - фокусы гиперболы. Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка гиперболы.

Расстояние между фокусами обозначим $F_1F_2 = 2c$, а абсолютное значение разности расстояний от точки гиперболы до фокусов $|F_1M - F_2M| = 2a$.

Последнее равенство можно записать $F_1M - F_2M = \pm 2a$. Из определения гиперболы следует, что $2a < 2c$, т.е. $a < c$. Так как $F_1F_2 = 2c$, то $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$. Следовательно, можно найти длины расстояний от точки $M(x, y)$ до фокусов F_1 и F_2 : $F_1M = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ и $F_2M = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$. Тогда

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a.$$

Полученное уравнение является уравнением гиперболы. После его преобразований можно получить более простое уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

которое называется **каноническим уравнением гиперболы**. В этом уравнении $b^2 = c^2 - a^2$.

Число a называется **действительной полуосью** гиперболы, а число b – **мнимой полуосью**. Уравнения $y = \pm \frac{b}{a}x$ являются уравнениями **асимптот гиперболы**.

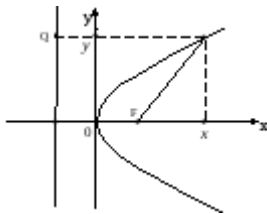
Отношение $\varepsilon = \frac{c}{a}$ называется **эксцентриситетом гиперболы** и характеризует её форму.

Пример 2. Действительная полуось гиперболы $a = 4$, эксцентриситет $\varepsilon = 1.25$. Составить каноническое уравнение гиперболы.

Решение. Так как эксцентриситет гиперболы $\varepsilon = \frac{c}{a} = 1.25$, то $c = 1.25a = 1.25 \cdot 4 = 5$,
 $b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 16 = 9$. Каноническое уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

3. Парабола

Параболой называется геометрическое место точек плоскости, для каждой из которых расстояние до некоторой фиксированной точки плоскости, называемой фокусом, равно расстоянию до некоторой фиксированной прямой, называемой директрисой.



Обозначим F – фокус, p – расстояние от фокуса до директрисы. Величина p называется параметром параболы. На параболе возьмём произвольную точку $M(x, y)$.

С учётом принятых обозначений можно записать $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, $Q\left(-\frac{p}{2}, y\right)$. Тогда

расстояние от точки $M(x, y)$ до фокуса $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ равно $FM = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$, а

расстояние от точки $M(x, y)$ до директрисы равно $QM = x + \frac{p}{2}$. Из определения

параболы получим $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$. Это и есть уравнение параболы. После преобразований можно получить более простое уравнение

$$y^2 = 2px,$$

которое называется **каноническим уравнением параболы**.

Задания для самостоятельной работы. Тест.

1. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$9x^2 - 4y^2 - 90x - 8y + 185 = 0$$

- а) эллипс;
- б) гиперболо;

- в) парабола;
- г) окружность.

2. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$6x^2 + 2\sqrt{5}xy + 2y^2 = 21.$$

- а) =эллипс;
- б) гипербола;
- в) парабола;
- г) окружность.

3. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$3x^2 - 6y^2 - 12x - 108y - 492 = 0.$$

- а) эллипс;
- б) =гипербола;
- в) парабола;
- г) окружность.

4. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y - 116 = 0.$$

- а) =эллипс;
- б) гипербола;
- в) парабола;
- г) окружность.

5. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$y^2 + 6x + 6y + 15 = 0.$$

- а) эллипс;
- б) гипербола;
- в) =парабола;
- г) окружность.

Практическая работа № 3 **Нахождение производных функций.**

Цель: Отработка умения находить производные с помощью формул и правил дифференцирования.

Последовательность выполнения работы:

1. Изучение теоретического материала;
2. Выполнение задания для самостоятельной работы. Тест.

Краткая теория.

Производной функции $y=f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции к соответствующему приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю.

Обозначение: y' или $f'(x)$.
$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Функция	Производная	Функция	Производная
$c(const)$	0	a^x	$a^x \ln a$
x	1	e^x	e^x
x^n	nx^{n-1}	$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$

$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\cos x$	$-\sin x$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$arcctgx$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Правила дифференцирования функций

1. $(ku \cdot (x))' = k \cdot u'(x)$
2. $(u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x)$
3. $(uv)' = u'v + v'u$
4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

Если y есть функция от u : $y=F(u)$, где $u=f(x)$, т.е. если y зависит от x через промежуточный аргумент u , то $y=F(u)=F(f(x))$ называется функцией от функции или **сложной функцией**.

Производная сложной функции равна произведению ее производной по промежуточному аргументу на производную этого аргумента по независимой переменной: $y'(x)=F'(u)u'(x)$

Функция	Производная	Функция	Производная
$(u)^n$	$nu^{n-1} \cdot u'$	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{1}{u^2} \cdot u'$	$\sin u$	$(\cos u)u'$

$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\cos u$	$(-\sin u)u'$
a^u	$a^u \ln a \cdot u'$	$\operatorname{tg} u$	$\frac{u'}{\cos^2 u}$
e^u	$e^u \cdot u'$	$\operatorname{ctg} u$	$-\frac{u'}{\sin^2 u}$
$\log_a u$	$\frac{u'}{u \cdot \ln a}$	$\sqrt[n]{u}$	$\frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}}$

Производная сложной функции равна произведению производных от всех составляющих ее функций. При этом следует помнить, что каждую функцию нужно дифференцировать по ее собственному аргументу.

Очень важно правильно определить порядок следования промежуточных функций. Например, для функции $y = \ln \operatorname{tg}^2 3x$ промежуточные функции расположены в следующем порядке:

1. Логарифмическая $\ln \operatorname{tg}^2 3x$
2. Степенная $(\operatorname{tg} 3x)^2$
3. Тригонометрическая $\operatorname{tg} 3x$
4. Линейная $3x$

$$y = \ln \operatorname{tg}^2 3x$$

$$y' = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 3x} \cdot (\operatorname{tg}^2 3x)' = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 3x} \cdot 2 \operatorname{tg} 3x \cdot (\operatorname{tg} 3x)' = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 3x} \cdot 2 \operatorname{tg} 3x \cdot \frac{1}{\cos^2 3x} \cdot (3x)' =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^2 3x} \cdot 2 \operatorname{tg} 3x \cdot \frac{1}{\cos^2 3x} \cdot 3 = \frac{6}{\sin 3x \cdot \cos 3x} = \frac{12}{\sin 6x}$$

Пример 1: $y = (x^2 + 3x)^5$, найти $y'(1)$.

Промежуточные функции:

1. степенная $(x^2 + 3x)^5$
2. квадратичная $x^2 + 3x$

$$y' = 5(x^2 + 3x)^4 (x^2 + 3x)' = 5(x^2 + 3x)^4 \cdot 2x + 3$$

$$y'(1) = 5(1^2 + 3 \cdot 1)^4 (2 \cdot 1 + 3) = 3900$$

Задания для самостоятельной работы. Тест.

$$y = 6 + x + 3x^2 - \sin x - 2\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2} - 11 \operatorname{ctg} x$$

1. Найти производную функции

а) $1 + 6x - \cos x - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{11}{\sin^2 x}$

б) $1 + 4x - \cos x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{11}{\sin^2 x}$

в) $1 + 5x - \cos x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{9}{\sin^2 x}$

г) $2 + 5x - \cos x - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} + -\frac{2}{x^3} + \frac{8}{\sin^2 x}$

2. Найти производную функции $y = x^3 \arcsin x$

а) $2x^2 \arcsin x - \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$

б) $4x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{3-x^2}}$

в) $3x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$

г) $3x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2} \cos x$$

3. Найти производную функции

а) $\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{4} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$

б) $\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{2} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$

в) $\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{5} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$

г) $\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$

$$y = \frac{x}{e^{-x}}$$

4. Найти производную функции

а) $e^x \cdot (x + 2)$

б) $e^x \cdot (x - 1)$

в) $e^{-x} \cdot (x + 2)$

г) $e^x \cdot (x + 1)$

5. Найти производную функции $y = \ln \operatorname{tg}^2 5x$

а) $\frac{20}{\sin 10x}$

б) $\frac{10}{\sin 5x}$

в) $\frac{10}{\sin 10x}$

Практическая работа № 4

Интегрирование функций

Цель: Научиться применять приближенные методы для вычисления интегралов

Последовательность выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал;
2. Выполнить задания для самостоятельной работы. Тест.

Краткая теория.

Решение многих задач сводится к вычислению определенных интегралов, точное выражение которых сложно, требует длительных вычислений и не всегда оправдано практически.

В этом случае часто бывает вполне достаточно найти их приближенное значение.

1. Метод прямоугольников

Для нахождения приближенного значения интеграла $\int_a^b f(x)dx$, нужно:

- 1) Разделить отрезок интегрирования $[a;b]$ на n равных частей точками

$$x_0=a, x_1, x_2, \dots, x_n = b$$

- 2) Вычислить значение подынтегральной функции $y=f(x)$ в точках деления

$$y_0=f(x_0)$$

$$y_1=f(x_1)$$

.....

$$y_n=f(x_n)$$

- 3) Применить одну из формул:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} (f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})) \quad (1)$$

Или

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} (f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)) \quad (2)$$

Пример 1. Вычислить по формуле прямоугольников определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

Решение. Пусть $n=10$, т.е. разбиваем интервал интегрирования на 10 частей.

$h = \frac{2-1}{10} = 0,1$ Вычислим значение функции в точках разбиения:

$$x_0=1 \quad y_0 = \frac{1}{x_0} = \frac{1}{1} = 1$$

$$x_2=1,2 \quad y_2 = \frac{1}{x_2} = \frac{1}{1,2} \approx 0,83333$$

$$x_1=1,1 \quad y_1 = \frac{1}{x_1} = \frac{1}{1,1} \approx 0,90909$$

$$x_3=1,3 \quad y_3 = \frac{1}{x_3} = \frac{1}{1,3} \approx 0,76923$$

$$x_4=1,4 \quad y_4 = \frac{1}{x_4} = \frac{1}{1,4} \approx 0,71429$$

$$x_7=1,7 \quad y_0 = \frac{1}{x_7} = \frac{1}{1,7} \approx 0,58824$$

$$x_5=1,5 \quad y_5 = \frac{1}{x_5} = \frac{1}{1,5} \approx 0,66667$$

$$x_8=1,8 \quad y_0 = \frac{1}{x_8} = \frac{1}{1,8} \approx 0,55556$$

$$x_6=1,6 \quad y_0 = \frac{1}{x_6} = \frac{1}{1,6} \approx 0,625$$

$$x_9=1,9 \quad y_0 = \frac{1}{x_9} = \frac{1}{1,9} \approx 0,52632$$

по формуле (1) получаем $\int_1^2 \frac{dx}{x} = 0,1 \cdot 7,18773 = 0,718773$

Задания для самостоятельной работы. Тест.

1. Вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников

$$\int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

- а) 2,617; б) 2,315; в) 2,5; г) 3,5.

2. Вычислить приближенно определенный интеграл по формуле трапеций с точностью до двух знаков после запятой (до 0,01).

$$I = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

- а) 2,32; б) 2,6; в) 3,51; г) 3,5

3. Вычислить интеграл $\int_1^9 \frac{dx}{x}$ приближённо на $n = 8$ отрезках разбиения:

- а) 3,1543; б) 2,2546; в) 2,1972; г) 2,8765.

4. Вычислите приближенное значение определенного интеграла методом прямоугольника с точностью до одной сотой.

$$\int_1^2 (-0,03x^3 + 0,26x - 0,26) dx$$

- а) 0,56 б) 0,89 в) 0,65 г) 0,17

5. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \frac{x^2 \sin x}{10} dx$ методом прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 10 частей.

- а) 7,52; б) 6,85; в) 8,85; г) 7,63.

Практическая работа № 5

Вычисление площадей и объемов фигур

Цель: отработать навык вычислений площадей криволинейных трапеций и объемов тел вращения;

Последовательность выполнения работы:

1. Изучение теоретического материала;
2. Выполнение заданий для самостоятельной работы. Тест.

Теоретический материал.

При помощи определенного интеграла можно вычислить объем того или иного тела, в частности, тела вращения.

Телом вращения называется тело, полученное вращением криволинейной трапеции вокруг ее основания (рис. 1, 2)

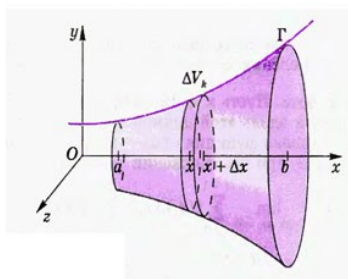


Рис.1

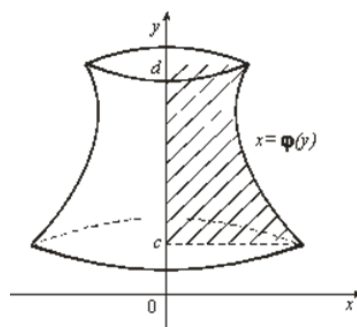


рис.2

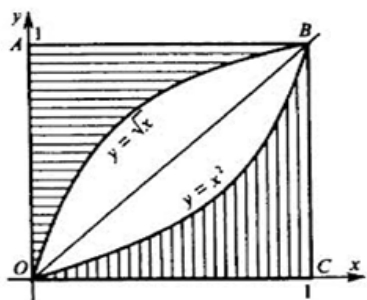
Объем тела вращения вычисляется по одной из формул:

1. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОХ**.

2. $V = \pi \int_c^d [\phi(y)]^2 dy$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОУ**.

Пример 1: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}, y = x^2$.

Решение: Построим на координатной плоскости графики функций $y = \sqrt{x}, y = x^2$. Выделим площадь фигуры, которую надо найти.



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

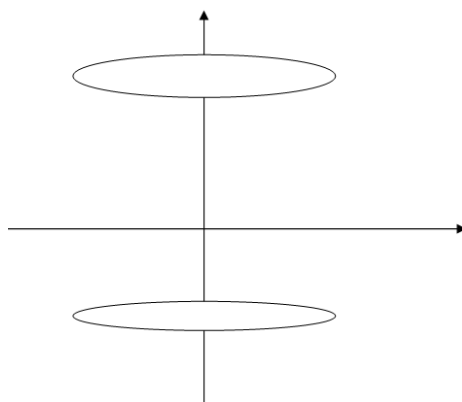
Воспользовавшись формулой

$$\text{Получим } S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \text{ кв.ед.}$$

$$\text{Ответ: } S = \frac{1}{3} \text{ кв.ед.}$$

Пример 2 Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси ординат криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 = 64$, $y = -5$, $y = 5$, $x = 0$.

Решение.



$$V = \pi \int_{-5}^5 (64 - y^2) dy = \pi \left(64y - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_{-5}^5 = 556 \frac{2}{3} \pi \approx 1163 \text{ см}^3$$

Ответ : 1163 см^3 .

Задания для самостоятельной работы. Тест.

1. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX .

- а) $\frac{16\pi}{15}$; б) 3π ; в) 5π ; г) 6π .

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $2x - y - 2 = 0$, $y = 0$, $x = 3$

- а) $12,5\pi$; б) $= \frac{32\pi}{3}$; в) $10,2\pi$; г) 4π .

3. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = 2x + 1$, $y = x + 4$, $x = 0$ и $x = 1$

- а) 18π ; б) 20π ; в) 15π ; г) $= 16\pi$.

4. Дана плоская фигура, ограниченная линиями $y = 3 + \sqrt{x}$, $y = 3 - \sqrt{x}$, $y = x + 1$.

Найти площадь плоской фигуры, ограниченной данными линиями.

- а) 4; б) $= 4,5$; в) $5,5$; г) 6.

5. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями

$$y = -x^2 + 4x \text{ и } y = x.$$

- а) 4; б) $= 4,5$; в) $5,5$; г) 6.

Практическая работа № 6

Признаки сходимости числовых рядов

Цель работы: Научиться исследовать числовые ряды на сходимость по признакам Даламбера и Лейбница

Последовательность выполнения работы:

1. Изучение теоретического материала;
2. Выполнение заданий для самостоятельной работы. Тест.

Теоретический материал.

Пусть задана числовая последовательность a_n , $n \in \mathbb{N}$. Тогда последовательность $S_n = a_1 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$, $n \in \mathbb{N}$, называется **числовым рядом** и обозначается $a_1 + \dots + a_n + \dots$ или $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Числа $a_1, a_2, \dots$ называются **членами ряда**, соответственно первым, вторым и т.д., a_n называется **n-м** или **общим членом ряда**.

Суммы $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2, \dots$, $S_n = a_1 + \dots + a_n$, называются **частичными суммами ряда**.

Ряд называется **сходящимся**, если последовательность его частичных сумм сходится. Если последовательность частичных сумм ряда расходится, то он называется **расходящимся**.

Следовательно, ряд называется сходящимся, если существует предел $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k$. Этот предел называется **суммой ряда**.

Если ряд сходится и S – его сумма, то будем писать $S = \sum_{k=1}^{\infty} a_k$.

Необходимый признак сходимости ряда:

Если ряд сходится, то его общий член стремится к нулю, т.е. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Признак Даламбера. Если для ряда с положительными членами $a_1 + \dots + a_n + \dots$ отношение $(n + 1)$ -го члена к n -му при $n \rightarrow \infty$ имеет конечный предел b , т.е. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = b$,

то: 1) в случае $b < 1$ ряд сходится; 2) в случае $b > 1$ ряд расходится.

Если $b = 1$, то ряд может как сходиться, так и расходиться.

Степенным рядом называется ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$, где $x_0, a_0, a_1, \dots, a_n$ – заданные числа и x принимает действительные значения. Если $x_0 = 0$, то степенной ряд имеет вид $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

Задания для самостоятельной работы. Тест.

1. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа

2. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа.

3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$
а) сходится; б) =расходится; в) нет ответа.

4. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n + 3}$
а) сходится; б) =расходится; в) нет ответа.

5. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 2}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа.

4.4. Вопросы промежуточной аттестации

Тест 1

1. Дано: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b} = \{-3; 1; 2\}$; $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

Найти: координаты $\vec{c}$.

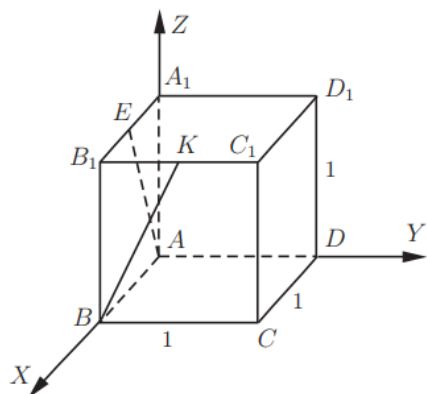
- а) $\{17; -9; -6\}$ б) $\{15; 9; -7\}$ в) $\{-17; 9; 5\}$ г) $\{19; 9; -8\}$

2. Дано: $A(2; -1; 0)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(1; 1; 4)$; $\overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB}$.

Найти: координаты точки D.

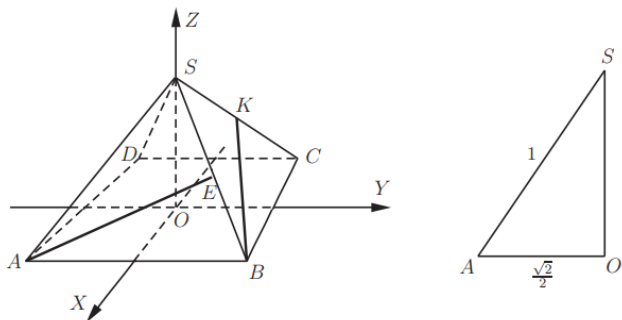
- а) $(10; -7; 3)$ б) $(11; -5; 2)$ в) $(12; 5; 1)$ г) $(9; 6; -4)$

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E и K — середины ребер соответственно $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK .



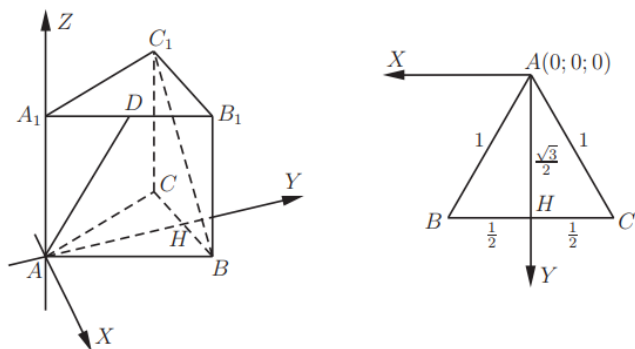
- а) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$; б) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; в) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$.

4. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, точки E , K — середины ребер SB и SC соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BK .



- а) $\frac{1}{6}$ б) $\frac{2}{5}$ в) $\frac{1}{5}$ г) $\frac{3}{4}$

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, точка D — середина ребра A_1B_1 . Найдите косинус угла между прямыми AD и BC_1



- а) $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ б) $\frac{3\sqrt{10}}{22}$ в) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ г) $\frac{2\sqrt{5}}{7}$

Тест 2

1. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$9x^2 - 4y^2 - 90x - 8y + 185 = 0$$

- а) эллипс;
б) гиперболоа;
в) парабола;
г) окружность.

2. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$6x^2 + 2\sqrt{5}xy + 2y^2 = 21.$$

- а) эллипс;
б) гиперболоа;
в) парабола;

г) окружность.

3. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$3x^2 - 6y^2 - 12x - 108y - 492 = 0.$$

- а) эллипс;
- б) гиперболоа;
- в) парабола;
- г) окружность.

4. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y - 116 = 0.$$

- а) эллипс;
- б) гиперболоа;
- в) парабола;
- г) окружность.

5. Выяснить вид кривой по общему уравнению:

$$y^2 + 6x + 6y + 15 = 0.$$

- а) эллипс;
- б) гиперболоа;
- в) парабола;
- г) окружность.

Тест 3

1. Найти производную функции $y = 6 + x + 3x^2 - \sin x - 2\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2} - 11\operatorname{ctgx}$

- а) $1 + 6x - \cos x - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{11}{\sin^2 x}$
- б) $1 + 4x - \cos x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{11}{\sin^2 x}$
- в) $1 + 5x - \cos x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{9}{\sin^2 x}$
- г) $2 + 5x - \cos x - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \frac{8}{\sin^2 x}$

2. Найти производную функции $y = x^3 \arcsin x$

- а) $2x^2 \arcsin x - \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\text{б)} 4x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$\text{в)} = 3x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{г)} 3x^2 \arcsin x + \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$$

3. Найти производную функции $y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2} \cos x$

$$\text{а)} \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{4} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$\text{б)} = \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{2} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$\text{в)} \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{5} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

$$\text{г)} \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{x} \cdot \sin x$$

4. Найти производную функции $y = \frac{x}{e^{-x}}$

$$\text{а)} e^x \cdot (x + 2)$$

$$\text{б)} e^x \cdot (x - 1)$$

$$\text{в)} = e^{-x} \cdot (x + 2)$$

$$\text{г)} = e^x \cdot (x + 1)$$

5. Найти производную функции $y = \ln \operatorname{tg}^2 5x$

$$\text{а)} = \frac{20}{\sin 10x}$$

$$\text{б)} \frac{10}{\sin 5x}$$

$$\text{в)} \frac{10}{\sin 10x}$$

$$\text{г)} \frac{5}{\sin 5x}$$

Тест 4

1. Вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников

$$\int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

$$\text{а)} = 2,617;$$

$$\text{б)} 2,315;$$

$$\text{в)} 2,5;$$

$$\text{г)} 3,5.$$

2. Вычислить приближенно определенный интеграл по формуле трапеций с точностью до двух знаков после запятой (до 0,01).

$$I = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

- а) 2,32; б) =2,6; в) 3,51; г) 3,5

3. Вычислить интеграл $\int_1^9 \frac{dx}{x}$ приближённо на $n = 8$ отрезках разбиения:

- а) 3,1543; б) 2,2546; в) =2,1972; г) 2, 8765.

4. Вычислите приближенное значение определенного интеграла методом прямоугольника с точностью до одной сотой.

$$\int_1^2 (-0.03x^3 + 0.26x - 0.26) dx$$

- а) 0,56 б) 0,89 в) 0,65 г) = 0,17

5. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \frac{x^2 \sin x}{10} dx$ методом прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 10 частей.

- а) 7,52; б) 6,85; в) 8,85; г) =7,63.

Тест 5

1. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX .

- а) $\frac{16\pi}{15}$; б) 3π ; в) 5π ; г) 6π .

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $2x - y - 2 = 0$, $y = 0$, $x = 3$

- а) $12,5\pi$; б) $\frac{32\pi}{3}$; в) $10,2\pi$; г) 4π .

3. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = 2x + 1$, $y = x + 4$, $x = 0$ и $x = 1$

- а) 18π ; б) 20π ; в) 15π ; г) $=16\pi$.

4. Дана плоская фигура, ограниченная линиями $y = 3 + \sqrt{x}$, $y = 3 - \sqrt{x}$, $y = x + 1$.

Найти площадь плоской фигуры, ограниченной данными линиями.

- а) 4; б) =4,5; в) 5,5; г) 6.

5. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями

$$y = -x^2 + 4x \text{ и } y = x.$$

- а) 4; б) =4,5; в) 5,5; г) 6.

Тест 6

1. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа

2. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа.

3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$
а) сходится; б) =расходится; в) нет ответа.

4. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n + 3}$
а) сходится; б) =расходится; в) нет ответа.

5. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 2}$
а) =сходится; б) расходится; в) нет ответа.

Тест 7

1. Решить дифференциальное уравнение $xy' = y$

- а) $y = 2x^2 + C$, где $C = \text{const}$
б) $y = Cx$, где $C = \text{const}$
в) $y = x^3 + C$, где $C = \text{const}$
г) $y = 2x^3 + C$, где $C = \text{const}$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = -2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$

- а) $y = 2e^{-2x}$ б) $y = 3e^{2x}$ в) $y = 2e^{-x}$ г) $y = 4e^x$

1. Решить дифференциальное уравнение $y' + (2y + 1)\text{ctg} x = 0$

- а) $y = \frac{C}{\sin^3 x} - \frac{1}{5}$ б) $y = \frac{C}{2\sin x} - \frac{1}{4}$ в) $y = \frac{C}{2\sin^2 x} - \frac{1}{2}$

$$\text{г)} y = \frac{C}{5\sin^2 x} + \frac{1}{2}$$

4. Найти частное решение дифференциального уравнения $y \ln y + xy' = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = e$.

$$\text{а)} y = e \quad \text{б)} y = e^{\frac{1}{x}} \quad \text{в)} y = e^{\frac{2}{x}} \quad \text{г)} y = e^{\frac{3}{x}}$$

5. Решить дифференциальное уравнение $y - xy' = 3(1 + x^2 y')$

$$\text{а)} y = \frac{Cx}{3x+1} + 3, \text{ где } C = \text{const}$$

$$\text{б)} y = \frac{Cx}{2x+1} - 1, \text{ где } C = \text{const}$$

$$\text{в)} y = \frac{C}{x+1} + 2, \text{ где } C = \text{const}$$

$$\text{г)} y = \frac{C}{4x+1} - 3, \text{ где } C = \text{const}$$

Тест 8

1. Решить дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$

$$\text{а)} y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{б)} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{в)} y = C_1 e^{3x} + C_2 e^x, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{г)} y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

2. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 6y' + 9y = 0$

$$\text{а)} y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{б)} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{в)} y = C_1 e^{3x} + C_2 e^x, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{г)} y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$

$$\text{а)} y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{б)} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{в)} y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

$$\text{г)} y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}, \text{ где } C_1, C_2 - \text{const}$$

4. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

$$y'' - 4y = 0$$

$$а) y = e^{2x}$$

$$б) y = e^{4x}$$

$$в) y = e^{5x}$$

$$г) y = e^{3x}$$

5. Решить однородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' - 4y' + 5y = 0$$

$$а) y = e^{3x}(C_1 e^x \sin x + C_2 \cos x), \text{ где } C_1, C_2 - const$$

$$б) y = e^{-2x}(C_1 e^{4x} \sin x + C_2 \cos x), \text{ где } C_1, C_2 - const$$

$$в) y = e^{-x}(C_1 e^{5x} \sin x + C_2 \cos x e^x), \text{ где } C_1, C_2 - const$$

$$г) y = e^{2x}(C_1 \sin x + C_2 \cos x), \text{ где } C_1, C_2 - const$$

Тест 9

1. В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 чёрных шаров. Наугад извлекается 1 шар, найти вероятность того, что он будет белым.

$$а) 0,5; \quad б) 0,32; \quad в) 0,4; \quad г) 0,75.$$

2. В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?

$$а) 0,5; \quad б) \frac{5}{6}; \quad в) 0,4; \quad г) 0,25.$$

3. На семиместную скамейку случайным образом рассаживается 7 человек. Какова вероятность того, что два определённых человека окажутся рядом?

$$а) 0,15; \quad б) \frac{2}{7}; \quad в) 0,4; \quad г) 0,25.$$

4. На шахматную доску из 64 клеток ставят наудачу две ладьи, белого и чёрного цвета. С какой вероятностью они не будут «бить» друг друга?

$$а) 0,45; \quad б) \frac{2}{7}; \quad в) \frac{7}{9}; \quad г) 0,25.$$

5. Студент знает ответы на 25 экзаменационных вопросов из 60. Какова вероятность сдать экзамен, если для этого необходимо ответить не менее чем на два из трёх вопросов?

$$а) 0,55; \quad б) 0,65; \quad в) 0,89; \quad г) 0,37.$$

Тест 10

1. В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 12 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

а)

V	0	1	2
	0,56	0,3	0,05

б) =

V	0	100	1000
	0,76	0,2	0,04

в)

V	0	1	2
	0,85	0,4	0,06

г)

V	0	1	2
	0,91	0,6	0,07

2. Вероятность того, что стрелок поразит мишень, равна $p = 0,7$. Составить закон распределения случайной величины W – количества попаданий после 2 выстрелов.

а) =

W	0	1	2
	0,09	0,42	0,49

б)

W	0	1	2
	0,51	0,32	0,49

в)

W	0	1	2
	0,05	0,52	0,39

г)

W	0	1	2
	0,06	0,47	0,59

3. Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей:

X	-1	0	x_3	5
	0,3	0,2	0,1	0,4

Найти x_3 , если известно, что $M(X) = 1,9$

а) =2; б) 3; в) 4; г) 5.

4. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Чему равно математическое ожидание этой случайной величины?

а) $=0,9375$; б) $0,7567$; в) $0,3425$; г) $0,9875$.

5. В ящике содержится 7 стандартных и 3 бракованных детали. Вынимают детали последовательно до появления стандартной, не возвращая их обратно. Вычислить дисперсию.

а) $0,5$; б) $\frac{2}{3}$; в) $=\frac{77}{192}$; г) $5/6$.

4.5. Критерии оценивания

Основой для определения уровня знаний, умений, навыков являются критерии оценивания – полнота и правильность: правильный, точный ответ; правильный, но неполный или неточный ответ; неправильный ответ; нет ответа.

При выставлении отметок необходимо учитывать классификации ошибок и их качество: грубые ошибки; однотипные ошибки; негрубые ошибки; недочеты.

Успешность освоения обучающимися тем дисциплины определяется качеством освоения знаний, умений и практических навыков, оценка выставляется по пятибалльной системе: «5» – отлично, «4» – хорошо, «3» – удовлетворительно, «2» – неудовлетворительно.

Критерии оценивания самостоятельной работы: уровень освоения студентом учебного материала; полнота и глубина общеучебных представлений, знаний и умений по изучаемой теме, к которой относится данная самостоятельная работа; сформированность общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций (умение применять теоретические знания на практике.).

выполнен тематический конспект, правильно решены задачи и выполнены упражнения, даны точные ответы на тестовые задания (если имеются) – «зачтено».

не выполнен тематический конспект, не правильно решены задачи и выполнены упражнения, даны не точные ответы на тестовые задания (если имеются) – «не зачтено».

Критерии оценивания контрольной работы

«5» (отлично) – в работе присутствуют все структурные элементы, вопросы раскрыты полно, изложение материала логично, выводы аргументированы, использована актуальная литература, работа правильно оформлена.

«4» (хорошо) – в работе есть 2-3 незначительные ошибки, изложенный материал не противоречит выводам, в списке источников достаточное количество позиций, нет грубых ошибок в оформлении.

«3» (удовлетворительно) – один из вопросов раскрыт не полностью, присутствуют логические и фактические ошибки, плохо прослеживается связь между ответом и выводами, в списке литературы много устаревших источников, допущены существенные ошибки в оформлении.

«2» (неудовлетворительно) – количество ошибок превышает допустимую норму, в работе отсутствуют выводы или не хватает других структурных элементов, в списке литературы недостаточно источников, работа оформлена не по требованиям.

Критерии практической работы

«5» (отлично) – обучающийся показывает глубокие и полные знания учебного материала, при изложении не допускает неточностей и искажения фактов, излагает материал в логической последовательности, хорошо ориентируется в излагаемом материале, может дать обоснование высказываемым суждениям.

«4» (хорошо) - обучающийся освоил учебный материал в полном объёме, хорошо ориентируется в учебном материале, излагает материал в логической последовательности, однако при ответе допускает неточности.

«3» (удовлетворительно) – обучающийся освоил основные положения темы практического занятия, однако при изложении учебного материала допускает неточности, излагает его неполно и непоследовательно, для изложения нуждается в наводящих вопросах со стороны преподавателя, испытывает сложности с обоснованием высказанных суждений.

«2» (неудовлетворительно) – обучающийся имеет разрозненные и несистематизированные знания учебного материала, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении основных понятий, искажает их смысл, не может самостоятельно излагать материал.

Критерий оценивания тестирования в системе «Moodle»

Количество баллов	Отметка по 5-ти балльной шкале
23 - 25 баллов	5
20 – 22 баллов	4
13 – 19 балла	3
12 баллов и менее	2